ESAME DI STATO DI ISTITUTO TECNICO INDUSTRIALE
CORSO SPERIMENTALE – PROGETTO "IBIS"
INDIRIZZO: COSTRUZIONI AERONAUTICHE
TEMA DI: AEROTECNICA E IMPIANTI DI BORDO
Sessione Ordinaria 2008

Un aeroplano a getto del tipo "executive", avente peso al decollo pari a 202,5 kN e carico alare pari a 4,13 kN/m², nonché con le caratteristiche sotto indicate, opera da una pista situata alla quota di 500 m sul livello del mare caratterizzata da un coefficiente di attrito pari a 0,6 in frenata, mentre nella fase di rullaggio per il decollo, il coefficiente d'attrito è pari a 0,025.

Il candidato, attenendosi ai regolamenti dell'aviazione civile, determini gli spazi ed i tempi caratteristici del decollo e dell'atterraggio in assenza di vento, assumendo, per quest'ultima fase di volo, un peso del velivolo ridotto del 30%.

Caratteristiche del velivolo:

- spinta massima complessiva dei propulsori $T = 60,00$ kN
- coefficiente di resistenza minimo $C_{D0} = 0,017$
- allungamento alare effettivo $\lambda_e = 7,0$
- incremento del coefficiente di resistenza minimo in configurazione di rullaggio per il decollo $\Delta C_{D0,r.d} = 0,058$
- incremento del coefficiente di resistenza minimo all'atterraggio $\Delta C_{D0,a} = 0,075$
- coefficiente di portanza massima con gli ipersostentatori estesi per il decollo $C_{L,max,ip} = 2,2$
- coefficiente di portanza massima con gli ipersostentatori estesi per l'atterraggio $C_{L,max,ip} = 2,6$
- coefficiente di portanza al rullaggio d'atterraggio $C_{L,r,a} = 1,3$

Il candidato elenchi infine i requisiti dell'**impianto carburante** del velivolo ed illustri, anche con l'ausilio di opportuni schemi, la costituzione ed il funzionamento delle principali componenti.

SOLUZIONE

Calcoliamo la densità dell'aria alla quota di 500 [m]:

$$\rho_z = \rho_z \cdot \left[\frac{T_0 + \alpha \cdot z}{T_0}\right]^{4.256} = 1.225 \cdot \left[1 - \frac{6.5 \times 0.5}{288.15}\right]^{4.256} = 1.167 \left[\frac{kg}{m^3}\right]$$

Calcoliamo la superficie alare:

$$S = \frac{202500}{4130} = 49.0 \left[m^2\right]$$

Ipotizziamo che la spinta fornita dalla traccia sia già quella alla quota di 500 [m] e relativa al regime di decollo.

1) Decollo

I dati forniscono:

$C_{L,max,ip} = 2,2$

$C_{D0,dec} = 0.017+0,058=0,075$

$\lambda_e = 7,0$

Calcoliamo la velocità di stallo in configurazione di decollo. Si calcola l'assetto (C_L):

$$L = Q \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}\rho_z V_{0_{S,dec}}^2 S \cdot C_{L_{\max,dec}} = Q$$

Risulta:

$$V_{0_{S,dec}} = \sqrt{\frac{2}{1.167} \cdot \frac{4130}{2.2}} = 56.7\ m/s$$

Schematizzeremo il decollo come successione delle seguenti 4 fasi:

1. Rullaggio da $V_i = 0$ a $V = V_R = V_{S,dec} \times 1.2$ (velocità di rotazione)
2. Fase transitoria della durata di $\Delta t_{TR} = 2.5$ [s] per avere il distacco del velivolo dal suolo
3. Richiamata per portare l'aeroplano su traiettoria rettilinea di salita all'angolo di rampa β_{MAX}
4. Salita ripida fino all'altezza convenzionale di 15 [m] sopra la pista

Fase di rullaggio in decollo

Imponiamo l'equilibrio dinamico verticale ed orizzontale:

$$\begin{cases} R_S = Q - L & (R_S = reazione\ del\ suolo) \\ T - D - \mu \cdot R_S - \dfrac{Q}{g} \cdot a = 0 & (a = accelerazione) \end{cases}$$

Ricaviamo l'accelerazione "a" in fase di rullaggio

$$a = \frac{g}{Q} \cdot [T - D - \mu \cdot (Q - L)] \qquad (1)$$

dove:

$$D = \frac{1}{2}\rho_z S \cdot c_{D,rull} \cdot V_0^2 = \frac{1}{2}\rho_z S \cdot \left(c_{D0,dec} + \frac{c_{L,dec}^2}{\pi \cdot \lambda_e} \right) \cdot V_0^2$$

$$L = \frac{1}{2}\rho_z S \cdot c_{L,rull} \cdot V_0^2$$

Si impone il $C_{L,rull}$ ottimale in decollo:

$$c_{L_{ott,rull.dec}} = \frac{1}{2}\pi \cdot \lambda_e \cdot \mu = \frac{1}{2}\pi \cdot 7 \cdot 0.025 = 0.275$$

$$c_{D_{rull.dec}} = 0.075 + \frac{0.275^2}{\pi \cdot 7.0} = 0.0784$$

Ipotizzando costante la spinta massima, la (1) si esprime:

$$a = \frac{g}{Q} \cdot \left[T - \mu \cdot Q - \frac{1}{2}\rho_z S \cdot \left(c_{D_{rull.dec}} - \mu \cdot c_{L_{ott,rull.dec}} \right) \cdot V_0^2 \right] \qquad (2)$$

$$a = \frac{9.81}{202500} \cdot \left[60000 - 0.025 \cdot 202500 - \frac{1}{2} \cdot 1.167 \cdot 49.0 \cdot \left(0.0784 - 0.025 \cdot 0.275 \right) \cdot V_0^2 \right]$$

$$a = 2.66 - 9.91 \times 10^{-5} \cdot V_0^2 \qquad (3)$$

Ipotizzando che i propulsori siano 2, la velocità di rotazione sarà data da:

$$V_R = V_{S,dec} \times 1.20 = 56.7 \times 1.20 = 68.0 \ \ m/s$$

Approssimiamo il moto da V = 0 a V = V_R come uniformemente accelerato, con accelerazione media:

$$a_{m,rull.dec.} = \frac{a_0 + a_R}{2} = \frac{2.66 + 2.20}{2} == 2.43 \ m/s^2$$

Quindi spazio e tempo di rullaggio sono dati dalle seguenti equazioni:

$$\begin{cases} s_R = V_i \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a_m \cdot \Delta t^2 \\ V_R = V_i + a_m \cdot \Delta t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta t = \frac{V_R}{a_m} \\ s_R = \frac{1}{2} \cdot \frac{V_R^2}{a_m} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta t = \frac{68.0}{2.43} = 28.0 \ s & (t_1) \\ s_R = \frac{1}{2} \cdot \frac{68.0^2}{2.43} = 951 \ m & (s_1) \end{cases}$$

<u>Fase transitoria</u>

Ipotizzando che nella fase transitoria la velocità rimanga costante, si ha:

$$\begin{cases} \Delta t = 2.5 \ s & (t_2) \\ s_{TR} = V_R \cdot \Delta t = 68.0 \times 2.5 = 170 \ m & (s_2) \end{cases}$$

<u>Richiamata</u>

Per calcolare il raggio di richiamata, scriviamo l'equazione di equilibrio nell'istante iniziale:

$$L = Q + \frac{Q}{g} \cdot \frac{V_R^2}{r} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}\rho_z S \cdot c_{L,\max_{dec}} \cdot V_R^2 = Q + \frac{Q}{g} \cdot \frac{V_R^2}{r}$$

da cui si ricava:

$$r = \frac{1.20^2}{1.20^2 - 1} \times \frac{V_{S,dec}}{g} = \frac{68.0^2}{\left(1.20^2 - 1\right) \cdot 9.81} = 1071\, m$$

La richiamata deve portare l'aeroplano all'angolo di rampa massimo β_{MAX}:

$$\beta_{\max} = \frac{T_d - Q/E_{\max_{dec}}}{Q} = \frac{T_d}{Q} - \frac{1}{E_{\max_{dec}}}$$

$$dove:$$

$$E_{\max_{dec}} = \sqrt{\frac{\pi}{4} \cdot \frac{\lambda_e}{c_{D_{0.dec}}}} = \sqrt{\frac{\pi}{4} \cdot \frac{7}{0.075}} = 8.56$$

$$\beta_{\max} = \frac{60.0}{202.5} - \frac{1}{8.56} = 0.179\, rad = 10.3°$$

Calcoliamo l'altezza sulla pista raggiunta a fine richiamata:

$$h_r = r \cdot (1 - \cos\beta_{\max}) = 1071 \cdot (1 - \cos 10.3°) = 17.1\, m$$

Essendo tale altezza maggiore di 15 *m*, nel calcolo dello spazio convenzionale di decollo, lo spazio da considerare dovrà essere riferito all'angolo β:

$$15 = r \cdot (1 - \cos\beta) \quad \Rightarrow \quad \beta = \arccos\left(\frac{r - 15}{r}\right) = 9.60°$$

con:

$$s_{rich} = r \cdot \sin\beta = 1071 \cdot \sin 9.60° = 179\, m \qquad (s_3)$$

Il tempo impiegato nella fase di richiamata può essere calcolato assimilando il moto ad un moto circolare uniforme:

$$\Delta t = \frac{r \cdot \beta}{V_R} = \frac{1071 \times 9.60 \times \pi/180}{68.0} = 2.6\, s \qquad (t_3)$$

Possiamo infine calcolare i totali:

$$\boxed{\begin{array}{l} s_{decollo} = s_1 + s_2 + s_3 = 951 + 170 + 179 = 1300\, m \\ \\ t_{decollo} = t_1 + t_2 + t_3 = 28.0 + 2.5 + 2.6 = 33.1\, s \end{array}}$$

1) Atterraggio

I dati forniscono:

$C_{L,max,\ att} = 2{,}6$

$C_{D0,att} = 0.017+0{,}075=0{,}092$

Naturalmente in atterraggio la spinta da considerare sarà quella minima. Se indichiamo con n_0 il numero di giri ottimale di un turbogetto e con n_{max} ed n_{min} i regimi massimo e minimo, in genere risulta:

$$0.80 \le \frac{n}{n_0} \le 1.20 \quad \Rightarrow \quad \frac{T(n)}{T(n_0)} = \left(\frac{n}{n_0}\right)^{3.5}$$

Quindi assumendo che $n_{max} / n_0 = 1.20$ (atterraggio) e che $n_{min} / n_0 = 0.80$ (decollo), si ha:

$$T_{MIN} = T_{MAX} \times \left(\frac{n_{MIN}}{n_{MAX}}\right)^{3.5} = 60000 \times \left(\frac{0.80}{1.20}\right)^{3.5} = 14515\ N$$

In base ai Regolamenti dell'Aviazione Civile in atterraggio deve aversi:

$$V_{ost} \ge V_{S_{att}} \cdot 1.3 \qquad (\textit{velocità sull'ostacolo di } 15\ m)$$
$$V_c \ge V_{S_{att}} \cdot 1.2 \qquad (\textit{velocità al contatto col suolo})$$

Risulta:

$$Q_{att} = Q_{decollo} \times 0.70 = 202500 \times 0.70 = 141750$$

Quindi la velocità di stallo in configurazione di atterraggio è:

$$V_{S,att} = \sqrt{\frac{2}{\rho_z} \cdot \frac{Q_{att}}{S} \cdot \frac{1}{C_{L_{max,att}}}} = \sqrt{\frac{2}{1.167} \cdot \frac{141750}{49.0} \cdot \frac{1}{2.6}} = 43.7\ m/s$$

con:

$$V_{ost} = V_{S_{att}} \cdot 1.3 = 56.8\ m/s$$
$$V_c \ge V_{S_{att}} \cdot 1.2 = 52.4\ m/s$$

Considerando che l'angolo di discesa β in atterraggio (dai 15 m al contatto col suolo) è molto piccolo (4°÷5°), lo spazio di questa fase si può calcolare con il teorema delle forze vive:

lavoro = $\Delta E_c + \Delta E_g$

dove "lavoro" è il lavoro fatto dalle forze esterne applicate al velivolo (Q, L, T, D) e ΔE_c e ΔE_g sono rispettivamente le variazioni di energia cinetica e potenziale gravitazionale.

Si ha:

$$(T - D) \cdot s_{avv} \cong -\frac{1}{2}\frac{Q}{g}\left(V_{ost}^2 - V_C^2\right) - Q \cdot h$$

da cui si ricava:

$$s_{avv} = \frac{\frac{1}{2}\frac{Q}{g}\left(V_{ost}^2 - V_C^2\right) + Q\cdot h}{\left(D - T\right)\cdot}$$

Calcoliamo la resistenza D:

$$L \cong Q \quad \Rightarrow \quad C_{L_{avv}} = \frac{2}{1.167}\cdot\frac{141750}{49.0}\cdot\left(\frac{2}{56.8+52.4}\right)^2 = 1.66 \quad \Rightarrow \quad C_{D_{avv}} = 0.092 + \frac{1.66^2}{\pi\cdot 7.0} = 0.217$$

$$E_{avv} = \frac{1.66}{0.217} = 7.65 \quad \Rightarrow \quad D_{avv} \cong \frac{Q}{E_{avv}} = 18529\ N$$

quindi:

$$s_{avv} = \left(\frac{141750}{18529 - 14515}\right)\times\left[\frac{\left(1.3^2 - 1.2^2\right)\cdot 43.7^2}{9.81} + 15\right] = 2248\ m$$

$$t_{avv} = \frac{s_{avv}}{V_{media}} = \frac{2248\times 2}{56.8+52.4} = 41.2\ s$$

Ai fini del calcolo dello spazio di frenata possiamo utilizzare ancora l'equazione (1) (rullaggio in decollo):

$C_{L,rull,\ att} = 1.3$

$C_{D_{RULL,att}} = 0.092 + 1.3^2/(\pi\ 7.0) = 0.169$

$$a = \frac{9.81}{141750}\bullet\left[14515 - 0.6\cdot 141750 - 0.5\cdot 1.167\cdot 49.0\cdot\left(0.169 - 0.6\times 1.3\right)\times V^2\right]$$

$$a = -4.88 + 1.21\times 10^{-3}\times V^2$$

Quindi le decelerazioni iniziale e finale valgono:

$$a_i = -4.88 + 1.21\times 10^{-3}\times 52.4^2 = -1.56\ m/s^2$$

$$a_f = -4.88\ m/s^2$$

In questo caso la forte variazione della decelerazione richiederebbe di effettuare un'integrazione più fitta di quanto fatto nel decollo: ciò richiederebbe molto più tempo di quello disponibile e, pertanto, si procede in modo analogo a quanto precedentemente fatto per il decollo:

$$a_m = \frac{-1.56 - 4.88}{2} = -3.22\ m/s^2$$

$$\Delta t = -\frac{V_C}{a_m} = 16.3\ s$$

$$s_f = -\frac{1}{2}\cdot\frac{V_C^{\ 2}}{a_m} = 426\ m$$

Possiamo infine calcolare i totali:

$$\boxed{\begin{aligned} s_{atterraggio} &= 2248 + 426 = 2674\ m \\ t_{atterraggio} &= 41.2 + 16.3 = 57.5\ s \end{aligned}}$$

Come si può constatare dai risultati, lo spazio teorico di atterraggio è notevolmente più alto di quello di decollo: volendolo ridurre bisognerebbe diminuire la spinta minima considerata nei calcoli oppure utilizzare degli aerofreni che incrementino ulteriormente il $\Delta C_{D0,a}$.

Vincenzo Mercurio
Docente di Aerotecnica e Impianti di Bordo
ITIS "Feltrinelli" Milano

Ruggero Sguera
Docente di Disegno Progettazione ed Esercitazioni di Costruzioni Aeronautiche
ITIS "Feltrinelli" Milano