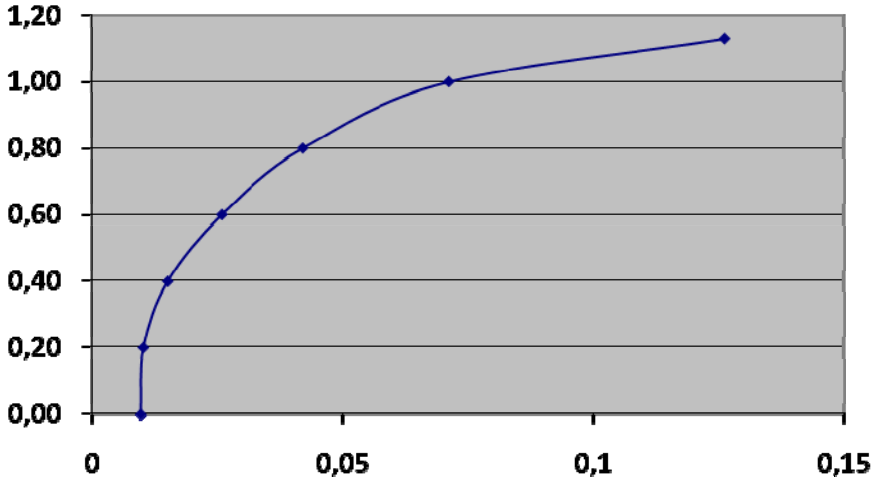
SOLUZIONE

Conviene rappresentare la tabella della polare in forma grafica:




Dall'analisi delle richieste del tema si può schematizzare l'insieme delle tratte di volo, a partire dalle condizioni di VORU (punto A) a 3.700 m di quota e 210 km/h di velocità, come segue:

1. moto circolare uniforme (virata corretta) all'assetto corrispondente alla condizione precedente, descrivente un arco di circonferenza (tratto AB) con angolo al centro di 70°
2. successivo spostamento in volo livellato di 25 km (tratto BC, ininfluente ai fini delle risposte alle richieste del tema)
3. volo librato in presenza della corrente ascensionale di intensità w=2,8 m/s (tratto CD: nella realtà curvo, ma schematizzato, per semplicità di calcolo, come rettilineo)
4. volo librato in assenza di vento (tratto DE, rettilineo) fino a quota 0.

Punto 1

Calcoliamo la densità dell'aria alla quota di 3700 [m]:

$$\rho_z = \rho_z \cdot \left[\frac{T_0 + \alpha \cdot z}{T_0}\right]^{4.256} = 1.225 \cdot \left[1 - \frac{6.5 \times 3.7}{288.15}\right]^{4.256} = 0.845 \left[\frac{kg}{m^3}\right]$$

Calcoliamo la superficie alare:

$$S = \frac{b^2}{\lambda} = 12.63 \left[m^2\right]$$

Calcoliamo il coefficiente di portanza in VORU:

$$L = W \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}\rho_z V_0^2 S \cdot C_L = W \quad \Rightarrow \quad C_L = \frac{W}{\frac{1}{2}\rho_z V_0^2 S} = 0.248$$

con $V_0$=210 km/h = 58.3 m/s

Ricaviamo l'angolo di sbandamento in virata $\gamma$:

$$L \cdot \cos\gamma = W \quad \Rightarrow \quad n = \frac{L}{W} \quad \Rightarrow \quad \gamma = ar\cos\frac{1}{n} = 48.2°$$

Calcoliamo il raggio di virata:

$$L \cdot sen\gamma = \frac{W}{g} \cdot \frac{V_v^2}{r} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{V_0^2}{g \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}} \cong 465\ m$$

Con velocità di virata pari a:

$$V_V = V_0 \cdot \sqrt{n} = 71.4\ m/s$$

Quindi il tempo per effettuare il cambio di rotta con angolo θ = 70° risulta:

$$t = \frac{\theta \cdot r}{V_V} = \frac{70 \cdot (\pi/180) \cdot 465}{71.4} = 8\ s$$

<u>Punto 3.1 – raggio d'azione</u>

L'assetto di massima percorrenza i n volo librato si ottiene in corrispondenza dell'efficienza massima, che è stata determinata graficamente dalla polare:

$C_{L,Emax} = 0.4$; $C_{D,Emax} = 0.0153$; $E_{max} = 26.1$

In assenza di vento quindi, l'angolo di planate $\beta_{min}$ risulta:

$tg(\beta_{min}) = 1/ E_{max}$ → $\beta_{min} = arctg(1/ E_{max}) = 2.19°$

e la velocità relative all'aria si ricava da:

$$L = W \cdot \cos\beta_{min} \quad \Rightarrow \quad V_0 = \sqrt{\frac{2}{\rho_z}\frac{W}{S}\frac{\cos\beta_{min}}{C_{L_{E_{max}}}}} = 45.9\ m/s$$

Considerando il vento ascensionale w = 2.8 m/s e riferendosi al triangolo delle velocità, si ricava l'angolo di rampa effettivo:

$$tg\beta_{eff} = \frac{V_0 \cdot sen\beta_{min} - w}{V_0 \cdot \cos\beta_{min}} \Rightarrow \quad \beta_{eff} = -1.30°$$

Il valore negativo ottenuto per l'angolo significa che il volo librato, nelle condizioni calcolate, si realizza con traiettoria in salita. Pertanto per 50 km il motoaliante seguirà una traiettoria in salita con angolo $\beta_{min}$ che, per effetto dell'aumento della $V_0$ con la quota, diminuirà: per semplicità non si terrà conto di tale variazione. Quindi il guadagno di quota risulta essere:

$$\Delta z = 50 \cdot tg\left|\beta_{eff}\right| = 1135\ m$$

Il corrispondente tempo di salita risulta:

$$\Delta t = \frac{\Delta z}{w - V_0 \cdot sen\beta_{min}} = 1085\ s = 18'\,05''$$

A partire dalla quota finale raggiunta ($z_f$ = 3700 + 1135 = 4835 m) inizia la planata in assenza di vento con angolo di discesa $\beta_{min}$ = arctg(1/ $E_{max}$) = 2.19° a cui corrisponde il seguente spazio percorso rispetto al suolo:

$$\Delta s = \frac{z_f}{tg\beta_{\min}} = 126.4\ km$$

Vista la notevole variazione di quota si considera la densità quella corrispondente alla quota media ($z_m$ = 4835/2 = 2417 m) pari a 0.965 [kg/m$^3$]. Quindi la velocità relativa media risulta:

$$V_0 = 45.9 \cdot \sqrt{\frac{0.845}{0.965}} = 43.0\ m/s$$

Il tempo di planata è dato da:

$$\Delta t' = \frac{z_f}{V_0 \cdot sen\beta_{\min}} = 2942\ s = 49'\,02''$$

Il tempo complessivo del volo librato che realizza i tratti di volo C-D + D-E risulta

$$\Delta t_{tot} = 1085 + 2942 = 4027\ s = 1^h\ 07'\,07''$$

Lo spazio complessivo rispetto al suolo del volo librato che realizza i tratti di volo C-D + D-E risulta

$$\Delta s_{tot} = 50 + 126.4 = 176.4\ km$$

Punto 3.2 – durata massima

L'assetto di massima durata in volo librato si ottiene in corrispondenza di $(E \cdot C_L^{0.5})_{max}$. Dalla tabella dei dati aerodinamici forniti dal testo è possibile, o per via grafica o per via tabellare, individuare il $C_L$ e gli altri parametri aerodinamici corrispondenti a tale condizione:

$C_L$ = 0.6; $C_D$ = 0.0260; E = 23.1; $(E \cdot C_L^{0.5})_{max}$ = 17.9

In assenza di vento quindi, l'angolo di planate β risulta:

tg(β) = 1/ E → β = arctg(1/ 23.1) = 2.48°

e la velocità relative all'aria si ricava da:

$$L = W \cdot \cos\beta \quad \Rightarrow \quad V_0 = \sqrt{\frac{2}{\rho_z}\frac{W}{S}\frac{\cos\beta}{C_L}} = 37.5\ m/s$$

Considerando il vento ascensionale w = 2.8 m/s e riferendosi al triangolo delle velocità, si ricava l'angolo di rampa effettivo:

$$tg\beta_{eff} = \frac{V_0 \cdot sen\beta - w}{V_0 \cdot \cos\beta} \Rightarrow \quad \beta_{eff} = -1.80°$$

Il valore negativo ottenuto per l'angolo significa che il volo librato, nelle condizioni calcolate, si realizza con traiettoria in salita. Pertanto per 50 km il motoaliante seguirà una traiettoria in salita con angolo $\beta_{min}$ che, per effetto dell'aumento della $V_0$ con la quota, diminuirà: per semplicità non si terrà conto di tale variazione. Quindi il guadagno di quota risulta essere:

$$\Delta z = 50 \cdot tg\left|\beta_{eff}\right| = 1570\ m$$

Il corrispondente tempo di salita risulta:

$$\Delta t = \frac{\Delta z}{w - V_0 \cdot sen\beta} = 1330\ s = 22'10''$$

A partire dalla quota finale raggiunta ($z_f$ = 3700 + 1570 = 5270 m) inizia la planata in assenza di vento con angolo di discesa β = arctg(1/ E) = 2.48° a cui corrisponde il seguente spazio percorso rispetto al suolo:

$$\Delta s = \frac{z_f}{tg\beta} = 121.7\ km$$

Vista la notevole variazione di quota si considera la densità quella corrispondente alla quota media ($z_m$ = 5270/2 = 2635 m) pari a 0.944 [kg/m$^3$]. Quindi la velocità relativa media risulta:

$$V_0 = 37.5 \cdot \sqrt{\frac{0.845}{0.944}} = 35.5\ m/s$$

Il tempo di planata è dato da:

$$\Delta t' = \frac{z_f}{V_0 \cdot sen\beta} = 3431\ s = 57'11''$$

Il tempo complessivo del volo librato che realizza i tratti di volo C-D + D-E risulta

$$\Delta t_{tot} = 1330 + 3421 = 4751\ s = 1^h\ 19'11''$$

Lo spazio complessivo rispetto al suolo del volo librato che realizza i tratti di volo C-D + D-E risulta

$$\Delta s_{tot} = 50 + 121.7 = 171.7\ km$$

Punto 4.1 – raggio d'azione (assenza di vento)

L'assetto di massima percorrenza in volo librato si ottiene in corrispondenza dell'efficienza massima, che è stata determinata graficamente dalla polare:

$C_{L,Emax}$ = 0.4; $C_{D,Emax}$ = 0.0153; $E_{max}$ = 26.1

In assenza di vento quindi, l'angolo di planate $\beta_{min}$ risulta:

tg($\beta_{min}$) = 1/ $E_{max}$ → $\beta_{min}$ = arctg(1/ $E_{max}$) = 2.19°

e la velocità relative all'aria si ricava da:

$$L = W \cdot \cos\beta_{min} \quad \Rightarrow \quad V_0 = \sqrt{\frac{2}{\rho_z}\frac{W}{S}\frac{\cos\beta_{min}}{C_{L_{E_{max}}}}} = 45.9\ m/s$$

$$\Delta s_{tot} = \frac{3700}{tg 2.19°} = 96.7\ km$$

Consideriamo la densità media a 1850 m pari a 1.027 [kg/m$^3$]. Quindi la velocità relativa media risulta:

$$V_0 = 45.9 \cdot \sqrt{\frac{0.845}{1.027}} = 41.6\ m/s$$

Il tempo di percorrenza è dato da:

$$\Delta t = \frac{z_f}{V_0 \cdot sen\beta_{\min}} = 2848\ s = 47'\,28''$$

<u>Punto 4.2 – durata massima (in assenza di vento)</u>

L'assetto di massima durata in volo librato si ottiene in corrispondenza di $(E \cdot C_L^{0.5})_{max}$. Dalla tabella dei dati aerodinamici forniti dal testo è possibile, o per via grafica o per via tabellare, individuare il $C_L$ e gli altri parametri aerodinamici corrispondenti a tale condizione:

$C_L = 0.6$; $C_D = 0.0260$; $E = 23.1$; $(E \cdot C_L^{0.5})_{max} = 17.9$

In assenza di vento quindi, l'angolo di planate β risulta:

$tg(\beta) = 1/E$ → $\beta = arctg(1/23.1) = 2.48°$

e la velocità relative all'aria si ricava da:

$$L = W \cdot \cos\beta \quad \Rightarrow \quad V_0 = \sqrt{\frac{2}{\rho_z}\frac{W}{S}\frac{\cos\beta}{C_L}} = 37.5\ m/s$$

$$\Delta s_{tot} = \frac{3700}{tg 2.48°} = 85.4\ km$$

Consideriamo la densità media a 1850 m pari a 1.027 [kg/m$^3$]. Quindi la velocità relativa media risulta:

$$V_0 = 37.5 \cdot \sqrt{\frac{0.845}{1.027}} = 34.0\ m/s$$

Il tempo di percorrenza è dato da:

$$\Delta t = \frac{z_f}{V_0 \cdot sen\beta} = 2513\ s = 41'\,54''$$

Infine, per quanto riguarda la richiesta:

> "lo spazio complessivo percorso lungo la rotta alla quota di 3.700 m, sia in presenza del vento che in assenza di esso"

La lettura , alla lettera, del testo porta ad una situazione inesistente.

**Vincenzo Mercurio**
Docente di Aerotecnica e Impianti di Bordo
ITIS "Feltrinelli" Milano

**Ruggero Sguera**
Docente di Disegno Progettazione ed Esercitazioni di Costruzioni Aeronautiche
ITIS "Feltrinelli" Milano